

大地电磁测深法三维正反演方法研究综述

王顺吉¹, 顾观文^{1,2}, 武 晔^{1,2}, 许志河^{1,2}

(1. 防灾科技学院 地球科学学院, 河北 三河 065201; 2. 河北省地震动力学重点实验室, 河北 三河 065201)

摘要: 在近年来国内外地球电磁学者的研究基础上,从大地电磁测深法的正演和反演理论出发,对目前常用的三维正演和反演理论进行简要阐述,总结了当前大地电磁测深法三维正演和反演的研究成果,分析了目前主流方法的优缺点及其应用局限性,最后对发展趋势进行了讨论。由于地球物理反演存在多解性,提高反演精度将成为今后的一大热点问题,利用其他地球物理勘探方法与大地电磁测深法相结合进行多参数三维反演,可提高三维反演的可靠性。

关键词: 大地电磁测深法; 三维正演; 三维反演; 资料解释; 算法

中图分类号: P318

文献标识码: A

文章编号: 1673-8047(2023)01-0013-08

0 引言

大地电磁测深法(Magnetotelluric, MT)于 20 世纪 50 年代由 A.N.Tikhonov^[1]和 L.Cagniard^[2]提出。由于该方法具有探测深度大、不受高阻层屏蔽的影响、设备轻便等优点,已被广泛应用于矿产资源的勘查、能源的勘探和地下深部构造探测等领域^[3-4]。

地表以下特别是深部地质构造信息的获取主要依赖于对地球物理观测资料的解释,大地电磁正反演技术是大地电磁测深资料解释的重要手段。它是利用观测到的大地电磁场来定量推断出地下探测对象的空间几何形态和物性参数,是大地电磁观测数据到解释结果的桥梁。大地电磁正反演方法技术的发展对地球物理勘探水平的提升具有重要影响,一直以来备受国内外学者关注,国内电磁勘探领域学者在 2015 年以前的不同时期对大地电磁测深正反演方法技术的进展进行了较为系统的阐述^[5-6]。近年来,随着

计算设备运算能力的提高及数值计算理论方法的进步,基于不同方法的大地电磁三维正反演理论及其计算技术取得了巨大进展。基于近些年大地电磁三维正反演方法技术的研究成果,本文从电磁场的基本方程即麦克斯韦方程组和经典线性反演的目标函数出发,对近年来主流的 MT 三维正演和反演方法进行阐述,并比较不同的正演和反演方法的优缺点,最后基于目前的研究现状,展望了大地电磁三维正反演的主要发展趋势。

1 大地电磁三维正演方法及其对比

根据电磁场理论,电磁波的传播规律由麦克斯韦方程组的微分形式描述如下:

$$\nabla \times E = -\partial(B)/\partial t \quad (1)$$

$$\nabla \times H = j + \partial(D)/\partial t \quad (2)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot D = q \quad (4)$$

式中, E 为电场强度; B 为磁感应强度; H 为磁

收稿日期: 2022-05-19

基金项目: 中央高校创新团队项目(ZY20215108); 河北省高等学校科学技术研究项目(ZC2022056、ZC2021213); 中国长江三峡集团有限公司资助科研项目(0799217); 河北省硕士在读研究生创新能力培养项目(CXZZSS2023184)

作者简介: 王顺吉(1998—),男,硕士研究生,主要从事地震动力学与地球探测技术研究。

通讯作者: 顾观文(1975—),男,博士,教授,主要从事应用地球物理研究。

场强度; D 为电位移; q 为电荷密度; j 为电流密度。

式(1)的含义:电场是由随时间变化的磁场产生的,称为法拉第电磁感应定律,感应电场的方向与磁场垂直;式(2)说明电流密度和随时间变化的电场二者共同产生了磁场,称为安培-麦克斯韦定理;式(3)和(4)以磁感应强度和位移电流的散度形式出现,式(3)称为磁场高斯定律,说明磁场是无源场;式(4)称为电场高斯定律,说明电场可以是电荷密度引起的有散场。

在 MT 研究中,根据式(1)至(4)取其时谐场为 $e^{-i\omega t}$ (忽略 j 的作用)的微分形式表示如下:

$$\begin{cases} \nabla \times E = i\omega\mu H \\ \nabla \times H = \sigma E \\ \nabla \cdot E = \frac{\rho_f}{\varepsilon} \\ \nabla \cdot H = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, E 为电场强度; H 为磁场强度; σ 为介质的电导率; μ 为介质的磁导率; ε 为介质的介电常数; ρ_f 为自由电荷密度函数^[7-8]。

根据式(5)可以推导出数值模拟的边界条件,结合边界条件可以实现三维数值模拟。在地球物理正演中,一般得不到模型的解析解,所以数值模拟方法成为 MT 中求解麦克斯韦方程的方案。本文主要介绍目前应用较为广泛的 4 种三维正演方法:积分方程法(Integral Equation Method, IE)^[9]、有限差分法(Finite Difference Method, FD)^[10]、有限元法(Finite Element Method, FE)^[11]、边界元法(Boundary-Element Method, BEM)。

1.1 积分方程法(IE)

积分方程法是基于电磁波传播规律麦克斯韦方程组推导出关于散射场的积分式^[12],然后根据并矢格林函数理论积分求解出区域异常总场,在算法中会遇到奇异值的问题,通常采用二次剖分算法来解决。如今积分方程法的一、二维正演模拟是比较成熟的,在三维的积分方程法中需要解决二次散射电场,可以通过用一个合适的并矢格林函数和场源电流相乘,最后由求解域的体积积分可以得到 MT 的三维异常体的积分方程^[13]。相比于有限差分和有限元法来说,积分

方程法是一种相对简单的方法,主要有求解简单模型、计算速度快、占用计算机的内存少等优点。积分方程法计算比其他两种数值模拟方法简单,在解析过程中对于数值模拟的效果较差,对复杂的地电模型模拟能力不够从而导致 IE 的精度不高^[14],所以在三维正演中不是首选方法。

1.2 有限差分法(FD)

Yee 最早成功运用了交叉网格有限差分方法来数值求解麦克斯韦方程^[15],有限差分法相比其他几种时域方法来说,是应用最广泛的。其基本原理是:将求解区域进行三维均匀剖分为 $M=N_x \times N_y \times N_z$ 的矩形网格内的有限差分对应的近似值^[16],用有限个节点的电场值代替连续区域的电场值,然后用任意一个体积元进行积分,再用 Gauss 公式把体积分变成面积分,然后对空间和时间的偏导数进行近似替代,从而求出差分格式,得到离散的差分格式,利用线性方程组去代替微分方程,最后求解这个线性方程组就可以得到求解区域里各节点的值^[17]。然而在解决实际问题时,需要解决的都是有限区域的问题,那就要研究求解域的边界条件,才能完全求解线性方程组,但是边界条件是复杂、稀疏且对称的矩阵。在诸多学者的努力和计算机不断的发展下,衍生出了一些改进的有限差分法,如交替隐式时域有限差分法(Alternating Direction implicit Finite Difference Time-domain Method, ADI-FDTD)、有限体积法(Finite Volume Method, FV)、高阶有限差分法(High-order Finite-difference Method)等^[18]。也有学者把这种方法拓展应用于各向同性介质时域瞬变电磁场的模拟^[19]。

1.3 有限元法(FE)

有限元法正演模拟的提出^[20-21],有效地解决了有限元实质性地球物理边值问题,其核心算法是变分原理和加权余量法。要想实现有限元的正演模拟,核心步骤是解决病态矩阵^[22],这要把计算区域离散分割成有限个相互连接的微小单元,用每个单元内的形函数来描述单元内场的变化,计算区域形函数可以近似等价于每个微小单元的形函数合成的总函数,相当于把该计算区域的解看成所有微小单元的近似数值解^[23]。

然而,目前正演模拟大部分是基于高精度、计算速度快的计算机算法来实现,经典的有限元法正演模拟达不到这样的效果。在国内外诸多学者的不断探索下,三维有限元法正演模拟的研究和改进促进了 MT 有限元法正演数值模拟的快速发展。在网格剖分方面,从简单的剖分到三角单元和三角-矩形综合剖分的发展,很大程度上提高了运算速度和精度^[24]。在有限元法基础上还发展了节点有限元法和矢量有限元法,在一定程度上填补了经典有限元法内存大、运算慢和精度低的短板。

1.4 边界元法(BEM)

边界元法是英国南安普顿大学 C.A.Brebbia 教授在 1978 年提出的,并且首次在土木工程领域中成功应用,但是在地球物理勘探正演中较早运用该方法的是 M.Okabe^[25]和徐世浙^[26-27]。边界元法在研究区边界上进行单元剖分,这样可以求求解区域的维数下降,最终使求解的代数方程组的未知数减少很多,这个优势可以在大地电磁中遇到的三维正演问题求解中得到很好运用。利用边界元法解决地球物理正演的基本路线是:第一步给出边值问题中的偏微分方程、边界条件及初始条件;第二步利用 Gauss 公式把区域型偏微分方程以及相关的边界条件转换成边界型的偏微分方程,把求解区域的边界进行剖分成有限个单元,在每个单元上进行相关的函数插值,对每个剖分单元进行积分并且相加,这样就把边界积分方程离散化为线性方程组;第三步求解这个线性方程组,得到各节点的函数值。利用边界元法解决正演问题时难度在于要首先知道求解区域边界的位置,才能进行正演模拟,所以在解决地球物理勘探资料的三维反演中是比较困难的。

1.5 不同三维正演方法对比

表 1 为上述的 4 种 MT 三维正演方法优缺点对比表,可以看出,4 种正演方法各有其特点:积分方程法具有计算速度快的优点,但该方法只适用于一些规则体的快速响应模拟;有限差分法具有实现简单、计算速度较快的优点,但其对复杂模型的模拟适应性较差;有限元法具有模拟复杂模型响应场的优势,但该方法具有计算速

度慢、占用计算内存资源大的局限;边界元法能在求解线性代数方程组的未知数减少,但是在运用时首先得确定边界的位置才能进行正演。

表 1 正演方法优缺点对比

Tab.1 Comparison of advantages and disadvantages of forward modeling method

方法类型	优点	缺点
积分方程法	计算速度快、效率高,节省时间和内存	精度低,不适合复杂模型
有限差分法	方法简单,计算速度快	必须剖分成规则网格,在不规则或者复杂模型时会影响精度
有限元法	对复杂地质条件模拟能力强,精度高	数据储存大,运算速度慢
边界元法	边界上剖分单元让维数下降,使代数方程的元减少	必须事先知道边界位置

2 大地电磁三维反演方法及其对比

地球物理反演法是以探索一种具有地球物理模型特征的观测数据为目的的手段,通过对实测的电磁信息响应或通过对数理知识问题的研究以及有关的数理计算,得出与此相对应的地电模型。大地电磁三维反演过程,等价于通过最优化解算法寻找目标函数 Φ 的极小值:

$$\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_m \quad (6)$$

式中, Φ_d 是数据残差项; Φ_m 是模型约束项; λ 是正则化因子, λ 的作用是平衡数据拟合和模型光滑度,合理的选择正则化因子 λ 可以保证 Φ_d 和 Φ_m 在 Φ 中不过度拟合。

反演方法的种类有很多,根据不同的分类依据可以分为不同的种类,见表 2。

根据近年的发展形势,MT 反演在实际勘探中应用广泛。本文主要介绍高斯-牛顿法(Gauss-Newton Method, GN)^[28]、共轭梯度法(Conjugate Gradient Method, CG)^[29]、非线性共轭梯度法(Nonlinear Conjugate Gradient Method, NLCG)^[30]、奥克姆法(Occam)^[31]与拟牛顿法(Quasi-Newton Method, QN)^[32]这 5 种常用的反演方法。

2.1 高斯-牛顿法(GN)

高斯-牛顿法是一种迭代反演方法,目标函

表 2 反演方法分类

Tab.2 Classification for inversion methods

序号	分类依据	类别一	类别二	类别三
1	维度	一维反演	二维反演	三维反演
2	介质连续性	连续介质反演	层状介质反演	非均匀介质反演
3	过程是否迭代	直接反演	间接反演	—
4	观测数据与模型参数的关系	线性反演	非线性反演	—
5	反演结果与观测数据的拟合度	近似反演	精确反演	—

数中的正则化因子的优化、Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵的计算和储存是关键^[33]。为了解决矩阵的内存大导致计算机运行慢的问题,根据 Sasaki^[34]对正演模型和反演模型进行的网格剖分原理,采用抽希反演网格数以减少反演模型参数个数实现三维反演,如果不恰当地选取网格间距离,将会导致反演结果产生较大误差。只有在高斯-牛顿法中充分解决初始模型目标函数的极小值问题,才能保证迭代是收敛的,要想解决这个问题可以添加一个阻尼进行计算^[35]。经典牛顿法具有快速的二阶收敛性,但在反演迭代过程中需要求解大型 Hessian 矩阵,这对于三维反演来说非常耗时。如果 Hessian 矩阵不是正定矩阵,牛顿法则无法保证目标函数下降方向的准确性,高斯-牛顿法由于在反演计算中不需要计算 Hessian 矩阵的二阶,从而简化了反演计算过程。

2.2 共轭梯度法 (CG)

三维共轭梯度反演法的实现,加快了三维反演的发展^[36]。共轭梯度法是为了解决高斯-牛顿法对内存需求比较大而提出来求解模型修正量问题的方法。其基本原理是把共轭性和梯度法相结合,对于已知点的梯度方向,构建满足梯度方向的共轭方向,并沿共轭方向进行一维搜索,以找到目标函数的最小点。可以采用高斯-牛顿方程的实质,就是根据互换原理把不直接计算其 Jacobian 矩阵偏导数值转换成求解雅可比偏导数矩阵和一个矢量的乘积,以及 Jacobian 矩阵的转置和一个矢量的乘积^[37-39]。在反演迭代过程中主要用到两次拟正演计算,正则化因子在共轭梯度法的目标函数反演时起关

键作用。

2.3 非线性共轭梯度法 (NLCG)

三维非线性共轭梯度法最明显的特征是从目标函数上求取最小值的时候是沿着共轭梯度方向进行一维搜索,而在实际运算过程中,则只要求计算一阶导数并剖分成小计算量单元极小化处理,这样不仅提高了计算速度还提升了结果的可靠性^[40-41]。这与共轭梯度法的原理较为相似,不同的是在共轭方向采用了近似构造的方法,FR、PRP 和 Daniel 等形式是目前常用的构建公式,这几种形式各有优缺点,在实际情况中 PRP 的表现最好。NLCG 方法避免了 Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵大量复杂的计算问题,使其反演速度快且能有高精度拟合的效果^[42]。同时基于此方法的三维反演软件诞生,比如 Oregon State 大学 Gary Egbert 教授等研发的基于 NLCG 算法的模块化并行反演软件 ModEM^[28],得到了业内人士的认可。NLCG 三维反演结果对初始模型和正则化因子取值的依赖较大,不如 Occam 反演算法的结果稳定。

2.4 奥克姆法 (Occam)

Constable 在 1987 年提出的 Occam 反演法,也叫做最光滑模型反演法^[43],该方法在目标函数中,拉格朗日乘子的搜索效率对反演运算有着较大影响;在反演迭代过程中,每迭代一次就会对拉格朗日乘子搜索一次。采用模型粗糙程度最小的拉格朗日乘子进行下一步的反演运算,得到的模型比较光滑,对初始模型没有过多的依赖,使得 Occam 的反演结果相对可靠^[44]。经过国内外许多学者不断改进和探索,提出了数据空间三维 Occam 反演运算方法,该算法的灵敏度函数由原先的模型空间形式计算和存储格式转化为以数据空间形式计算和存储,这样可以减少其计算量^[45-46]。但是在数据空间 Occam 反演计算中要保存大型的矩阵,导致三维的大地电磁资料反演受到了限制。

2.5 拟牛顿法 (QN)

为了改进在求解 Hessian 矩阵和逆矩阵过程中,遇到的较大储存空间和运算时间的问题^[47],W.C.Davidon^[48]提出了拟牛顿法。该方法在反演过程中通过构建简单矩阵来近似 Hessian 矩阵

的方式来简化运算。在拟牛顿法反演过程中可添加正则化因子进行约束,为了保证目标函数的收敛性和反演效率^[49],就要确保线搜索单调,由于精确的线搜索会导致计算变慢,储存变大,故在三维反演中目前大多采用非精确线搜索^[50],基于拟牛顿法发展起来的有限内存拟牛顿法(Limited Memory Quasi-Newton Method, L-BFGC)^[51],保留了牛顿法快速收敛的优点,又弥补了牛顿法计算量大的缺点,这种方法在拟牛顿法中是解决大规模三维反演问题最有效的方法之一^[52]。

2.6 不同三维反演方法对比

当前主流的 5 种 MT 三维反演方法优缺点对比见表 3,可以看出,5 种方法特点各异。高斯牛顿法具有方法原理较为简单的优点,但该方法占用内存大、运行速度慢,某些情况下会出现迭代不收敛的问题;共轭梯度法和非线性共轭梯度法由于不需要直接求解反演中的雅可比矩阵,相对于高斯牛顿法,具有数据存储量小、计算快的优势,但其对正则化因子的选取要求比较高,同时初始模型对反演结果影响很大;奥克姆方法的最大优点是反演过程稳定,基本不会出现反演迭代不收敛的现象,但该方法由于需要存储反演中的大型矩阵,占用计算内存大;拟牛顿法是在高斯牛顿法基础上发展而成的近似牛顿法,

表 3 反演方法优缺点对比

Tab.3 Comparison of advantages and disadvantages of inversion methods

方法类型	优点	缺点
高斯-牛顿法	方法原理及算法实现较为简单	占用内存大,运算慢,反演结果受网格剖分影响,迭代可能不收敛
共轭梯度法	储存数据量小,对目标函数进行一维搜索,运算快,反演较稳定	对正则化因子的选取要求比较严格
非线性共轭梯度法	目标函数进行一维搜索,计算快,反演较稳定	对初值模型和正则化因子取值的依赖比较大
奥克姆法	相比其他几种反演结果稳定,可转换储存格式使反演速度加快	要保存大型矩阵,需要存储量大
拟牛顿法	运算简单,运算快,存储小,快速收敛	单调搜索

由于该方法不需要直接求取反演方程中的海塞矩阵,只需计算海塞矩阵的近似,具有计算速度快、占用内存小的优点,但由于其在线性搜索过程中,受限于单调搜索方式,可能会导致反演不收敛的问题。

3 结论

经过国内外学者对 MT 三维正反演理论和方法的持续研究和改进,近十年来,三维正反演方法技术取得了巨大的进步,并取得了大量的成果,但各种三维正反演方法都存在其各自的优势和局限性。基于本文对当前主流 MT 三维正反演方法技术的现状分析,并结合地球物理勘探领域的需求前景,得出以下几点认识:

(1)随着对地下精细结构的刻画和地球物理成像效率的要求越来越高,MT 三维正反演方法技术既要计算精度高,还需兼顾运算速度快。

(2)在复杂结构的大地电磁场响应模拟的正演方法选取方面,三维有限元法相比于有限差分法和积分方程法,其对复杂结构具备天然的适用性,该方法为复杂结构模拟的首选方法。

(3)在 MT 三维反演方面,从反演有效性和反演计算效率综合考虑,非线性共轭梯度法和拟牛顿法相比于其他三种反演方法,由于其兼顾了运行速度和反演稳定性,仍然是今后线性反演中的主流方法。

(4)随着现代并行计算技术突飞猛进的发展,将并行计算技术融入 MT 三维正反演算法中,有望极大地提高三维正反演计算效率。

(5)由于地球物理反演存在多解性,为了减小反演多解性问题,在条件允许的情况下,建议开展大地电磁与其他地球物理方法(如地震、重力等勘探方法)的多参数三维反演,可进一步提高反演结果的可靠性。

参考文献

- [1] Tikhonov A N. On determining electrical characteristics of the deep layers of the earth's crust[J]. Reprinted from Doklady, 1950, 73(2): 295-297.
- [2] Cagniard L. Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting[J]. Geophysics,

- 1953, 18(3): 605-635.
- [3] Mo D, Jiang Q Y, Li D Q, et al. Controlled-source electromagnetic data processing based on gray system theory and robust estimation[J]. Applied Geophysics, 2017, 14(4): 570-580.
- [4] Li G, Xiao X, Tang J T, et al. Near-source noise suppression of AMT by compressive sensing and mathematical morphology filtering[J]. Applied Geophysics, 2017, 14(4): 581-589.
- [5] 陈理, 秦其明, 王楠, 等. 大地电磁测深正演和反演研究综述[J]. 北京大学学报(自然科学版), 2014, 50(5): 979-984.
- [6] 汤井田, 任政勇, 化希瑞. 地球物理学中的电磁场正演与反演[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(4): 1181-1194.
- [7] 顾观文, 吴文鹏, 李桐林. 大地电磁场三维地形影响的矢量有限元数值模拟[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2014, 44(5): 1678-1686.
- [8] 顾观文, 武晔, 石砚斌. 基于矢量有限元的大地电磁快速三维正演研究[J]. 物探与化探, 2020, 44(6): 1387-1398.
- [9] Raiche A P. An integral equation approach to three-dimensional modelling[J]. Geophysical Journal International, 1974, 36(2): 363-376.
- [10] Smith J T, Booker J R. Rapid inversion of two-and three-dimensional magnetotelluric data[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1991, 96(B3): 3905-3922.
- [11] Coggon J H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method[J]. Geophysics, 1971, 36(1): 132-155.
- [12] Zabinyakova O V, Sklyar S N. A method of numerical modelling of a magnetotelluric field in a horizontally homogeneous medium: difference schemes and convergence estimates[J]. Numerical Analysis and Applications, 2022, 15(1): 27-43.
- [13] 徐凯军, 李桐林, 张辉, 等. 基于共轭梯度法的垂直有限线源三维电阻率反演[J]. 煤田地质与勘探, 2006, 34(3): 68-71.
- [14] 汤井田, 周峰, 任政勇, 等. 复杂地下异常体的可控源电磁法积分方程正演[J]. 地球物理学报, 2018, 61(4): 1549-1562.
- [15] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1966, 14(3): 302-307.
- [16] Avdeev D B. Three-dimensional electromagnetic modelling and inversion from theory to application[J]. Surveys in Geophysics, 2005, 26(6): 767-799.
- [17] 袁可. 基于有限差分理论的纤维编织网增强自应力混凝土开裂荷载与开裂挠度计算模型研究[D]. 长春: 吉林大学, 2021.
- [18] Guo Z Q, Egbert G, Dong H, et al. Modular finite volume approach for 3D magnetotelluric modeling of the earth medium with general anisotropy[J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 2020, 309: 106585.
- [19] Commer M, Newman G. A parallel finite-difference approach for 3D transient electromagnetic modeling with galvanic sources[J]. Geophysics, 2004, 69(5): 1192-1202.
- [20] Courant R. On the first variation of the Dirichlet-Douglas integral and on the method of gradients[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1941, 27(5): 242-248.
- [21] Hrennikoff A. Solution of problems of elasticity by the framework method[J]. Journal of Applied Mechanics, 1941, 8(4): A169-A175.
- [22] Roodhiyah L Y, Tjong T, Nurhasan, et al. Two-dimensional (2-D) modeling of magnetotelluric (MT) using edge finite-element method: case of Papandayan field data[J]. AIP Conference Proceedings, 2020, 2251(1): 040014.
- [23] 顾观文. 基于矢量有限元的带地形大地电磁三维正反演研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.
- [24] 徐凌华, 童孝忠, 柳建新, 等. 基于有限单元法的二维/三维大地电磁正演模拟策略[J]. 物探化探计算技术, 2009, 31(5): 421-425.
- [25] Okabe M. Boundary element method for the arbitrary inhomogeneities problem in electrical prospecting[J]. Geophysical Prospecting, 1981, 29(1): 39-59.
- [26] 徐世浙. 点源二维地电剖面的边界单元解法[J]. 桂林冶金地质学院学报, 1984(4): 119-133.
- [27] 徐世浙, 赵生凯, 楼云菊. 水平地形三维电场的边界单元解法[J]. 物化探计算技术, 1984(3): 53-60.
- [28] Kelbert A, Meqbel N, Egbert G D, et al. ModEM: a modular system for inversion of electromagnetic

- geophysical data[J]. *Computers & Geosciences*, 2014, 66: 40-53.
- [29] Newman G A, Alumbaugh D L. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients[J]. *Geophysical Journal International*, 2000, 140(2): 410-424.
- [30] 胡祖志, 胡祥云, 何展翔. 大地电磁非线性共轭梯度拟三维反演[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(4): 1226-1234.
- [31] Constable S C, Parker R L, Constable C G. Occam's inversion; a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data[J]. *Geophysics*, 1987, 52(3): 289-300.
- [32] 任政勇, 陈超健, 汤井田, 等. 一种新的三维大地电磁积分方程正演方法[J]. *地球物理学报*, 2017, 60(11): 4506-4515.
- [33] 肖盈, 薛明星, 贺振华, 等. 高斯-牛顿法与梯度法波形反演比较研究[J]. *内蒙古石油化工*, 2008(18): 79-82.
- [34] Sasaki Y. Full 3-D inversion of electromagnetic data on PC[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2001, 46(1): 45-54.
- [35] 尹银轩, 张连伟, 童孝忠. 大地电磁二维正则化反演研究[J]. *铁道工程学报*, 2014(4): 19-23.
- [36] 谭捍东, 余钦范, Booker J, 等. 大地电磁法三维交错采样有限差分数值模拟[J]. *地球物理学报*, 2003, 46(5): 705-711.
- [37] Parasnis D S. Reciprocity theorems in geoelectric and geoelectromagnetic work[J]. *Geoexploration*, 1988, 25(3): 177-198.
- [38] Rodi W L. A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data[J]. *Geophysical Journal International*, 1976, 44(2): 483-506.
- [39] Madden T R. Transmission systems and network analogies to geophysical forward and inverse problems; report No. 72-3[R]. Cambridge: Department of Geology and Geophysics, MIT, 1972.
- [40] 邓唯渐, 肖宏跃, 甯艳, 等. 常用多金属矿 CSAMT 反演方法研究与对比[J]. *世界有色金属*, 2018(18): 210-211.
- [41] 周汝峰, 王绪本, 秦策, 等. 大地电磁 NLCG 与 OCCAM 二维反演的综合利用[J]. *地球物理学进展*, 2016, 31(5): 2306-2312.
- [42] 张昆, 严加永, 吕庆田, 等. 宁芜火山岩盆地及邻区上地壳电性结构研究[J]. *地球物理学报*, 2015, 58(12): 4505-4521.
- [43] 侯彦威. TEM 探测深部煤层上覆多电性层的 OCCAM 反演[J]. *煤田地质与勘探*, 2018, 46(6): 169-173.
- [44] 张君涛, 周军, 王绪本, 等. 一维大地电磁 Occam 反演拉格朗日乘子的搜索[J]. *物探化探计算技术*, 2015, 37(6): 687-692.
- [45] Siripunvaraporn W, Sarakorn W. An efficient data space conjugate gradient Occam's method for three-dimensional magnetotelluric inversion[J]. *Geophysical Journal International*, 2011, 186(2): 567-579.
- [46] Siripunvaraporn W, Egbert G. WSINV3DMT: vertical magnetic field transfer function inversion and parallel implementation[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2009, 173(3/4): 317-329.
- [47] 杨悦, 翁爱华, 张艳辉, 等. 基于可控源电磁法阻抗信息的有限内存拟牛顿法三维反演[J]. *吉林大学学报(地球科学版)*, 2019, 49(2): 591-602.
- [48] Davidon W C. Variable metric method for minimization[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 1991, 1(1): 1-17.
- [49] Cao X Y, Yin C C, Zhang B, et al. 3D magnetotelluric inversions with unstructured finite-element and limited-memory quasi-Newton methods[J]. *Applied Geophysics*, 2018, 15(3): 556-565.
- [50] 李菊雯, 吴泽忠. 基于 Armijo 搜索步长的 BFGS 与 DFP 拟牛顿法的比较研究[J]. *成都信息工程大学学报*, 2021, 36(5): 558-563.
- [51] 赵宁, 王绪本, 秦策, 等. 三维频率域可控源电磁反演研究[J]. *地球物理学报*, 2016, 59(1): 330-341.
- [52] Newman G A, Boggs P T. Solution accelerators for large-scale three-dimensional electromagnetic inverse problems[J]. *Inverse Problems*, 2004, 20(6): S151-S170.

Review of 3D Forward and Inversion Methods of Magnetotelluric Sounding

WANG Shunji¹, GU Guanwen^{1,2}, WU Ye^{1,2}, XU Zhihe^{1,2}

(1. *School of Earth Sciences, Institute of Disaster Prevention, Sanhe 065201, China;*
2. *Hebei Key Laboratory of Earthquake Dynamics, Sanhe 065201, China*)

Abstract: With the domestic and foreign geoelectromagnetists' preceding researches, this paper briefly introduces the research progress of the current commonly used three-dimensional forward and inverse in magnetotelluric sounding. Firstly, we summarize the achievement of three-dimensional forward modeling and inversion of magnetotelluric sounding. Then, the advantages and disadvantages of mainstream three-dimensional forward and inverse methods and their application limitations are analyzed. Finally, the development trend of magnetotelluric sounding three-dimensional forward and inverse is discussed. Due to limitation of multiple solutions in geophysical inversion, improving the accuracy of inversion has become a hot issue. The reliability of three-dimensional inversion can be improved by combining other geophysical exploration methods with magnetotelluric sounding for multi-parameter three-dimensional inversion.

Key words: Magnetotelluric sounding; Three-dimensional forward; Three-dimensional inversion; Data interpretation; Algorithm